

УСТНАЯ КОМАНДНАЯ ОЛИМПИАДА 23.01.2016 (7-8 классы)

№1.

Ночь. Мальчик, папа, мама и бабушка находятся на одном берегу реки и хотят перейти по мосту на другой берег. Они имеют при себе фонарик. По мосту могут идти максимум двое (обязательно с фонариком). Папа способен преодолеть мост за 1 минуту, мальчик – за 2, мама – за 5, бабушка – за 10 минут. За какое наименьшее время все они смогут переправиться на другой берег?



№ 2. Выпускаемые заводами грампластинки имели диаметр 180мм, 200 мм, 250 мм или 300 мм. А также были довольно непрочными. Одна из них упала и сломалась. Егор выбрал часть, имеющую край пластинки (дугу). Как по этой части определить размер пластинки? Составьте план для Егора.

№ 3. Рыбу прекрасно готовят тут,
Форель отварная – король всех блюд.
Вот примут заказ. Все готово. Несут!
По порции рыбы на стол подают.
Но что там за шум? То кричат повара:
«Для порции нам не хватает стола,
И по две на стол мы подать не смогли бы
Остался бы стол чей-то вовсе без рыбы!»
Было бы славно, если б сумели
Определить, сколько порций форели
Надо подать, сколько надо столов
Там, где все хвалят так поваров.



№4. В Краснодарском крае живут не менее пяти миллионов человек в возрасте от 1 до 100 лет. Можно ли среди них найти 6 человек, родившихся в один год, в один день и в один час?

№ 5. В шестизначном числе зачеркнули одну цифру и получили пятизначное. Из исходного числа вычли это пятизначное число и получили 654321. Найдите исходное число.



№ 6. Встретились два математика. Вот их диалог:

- У тебя два сына?
 - Да, маленькие еще, в школу не ходят. Кстати, произведение их лет равно числу голубей вокруг нас.
 - Этих данных недостаточно.
 - А старшего я назвал твоим именем.
 - Теперь я знаю, сколько им лет.
- Сколько лет сыновьям?

Решения

№1.

Ответ: 17 минут.

Решение. 1 – мальчик и папа, папа возвращается с фонариком (3 минуты); 2 – мама и бабушка, мальчик возвращается с фонариком (еще 12 минут); 3 – папа и мальчик переходят на другой берег (еще 2 минуты).

№2.

Решение: Положить на бумагу осколок и обвести его по краю дуги. На бумаге получится дуга окружности. Провести две хорды, разделить каждую из них пополам и через середины хорд провести перпендикулярные к ним прямые. Пересечение прямых даст положение центра окружности, после чего можно измерить длину радиуса.

№3.

Ответ: 4 порции рыбы, 3 стола.

Решение: пусть x – число порций рыбы, приготовленных искусственными поварами; y – число столов. Тогда:
$$\begin{cases} x = y + 1 \\ x : 2 = y - 1 \end{cases}, \begin{cases} x = y + 1 \\ x = 2y - 2 \end{cases}, \begin{cases} x = y + 1 \\ 2y - 2 = y + 1 \end{cases}, \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

№4.

Ответ: можно.

Решение. В каждом году не более 366 дней, а в каждом дне по 24 часа. Поэтому в 100 годах не более $100 \cdot 366 \cdot 24 = 878400$ часов. Так как $5000000 > 878400 \cdot 5$, то по принципу Дирихле в один год, в один день и в один час родились по крайней мере 6 человек.

№5.

Решение: Указание. Заметим, что зачёркнута была последняя цифра, т.к. в противном случае после вычитания последняя цифра числа была бы нулевой. Пусть y – последняя цифра исходного числа, x – пятизначное число после зачёркивания. Тогда полученное число равно $10x + y - x = 9x + y = 654\,321$. Деля это число на 9 с остатком (и учитывая, что y не превосходит 9), получим остаток $y=3$ и частное $x=727\,02$. **Ответ: 727023.**

№ 6.

Решение:

1 и 4 года. Сыновьям не больше шести лет. Сообщение о старшем сыне исключает вариант, когда возрасты равны. Но если возрасты могли быть равны, то произведение лет является квадратом. Поэтому все варианты можно записать в виде $(n/k, kn)$ где, $2 \leq k \leq n$ и $2 \leq kn \leq 6$. Отсюда $k=2, n=2$.