ЛИЧНОЕ ПЕРВЕНСТВО 9-10 КЛАСС 17.10.2014

1) (2 балла) Арифметический квадратный корень из 49 можно представить в виде суммы $\sqrt{49}=4+\sqrt{9}$. Существуют ли другие двузначные числа, корни из которых представимы аналогичным образом и являются целыми? Если да, то укажите их.

2) (4 балла) У коллекционеров есть такая особенность: раскладывать свои экспонаты на полке. Один коллекционер решил разложить своих 16 жуков, длины которых равны 1см, 2 см, 3 см, ...16 см так, чтобы среднее арифметическое длин двух жуков не равнялось длине любого жука, находящегося между ними. Помогите коллекционеру расположить жуков. (Достаточно показать один способ)

3) (3 балла) Дан четырёхугольник АВСД. М – середина АВ, Т – середина СД, Р- середина АС, Е – середина ВД. Докажите, что, если МТ перпендикулярна РЕ, то АД=ВС.

4) (4 балла) Какое наименьшее количество клеток квадрата 5x5 нужно закрасить, чтобы в любом квадрате 3x3, являющемся его частью было ровно 4 закрашенных клетки? Покажите, как это можно сделать.

5) (3 балла) Пусть $|y| \neq 1$ и $y \neq 0$. Известно так же, что $x_1 = \frac{y-1}{y+1}, \quad x_2 = \frac{x_1-1}{x_1+1}, \quad x_3 = \frac{x_2-1}{x_2+1}, \quad \ldots$

   Чему равен y, если $x_{2014} = 3$?

6) (3балла) **для 10 класса**: При каких значениях параметра а множество решений неравенства $ax^2 + ax \geq 0$ входит в отрезок [-2;2]?

   для 9 класса: При каких значениях параметра а множество решений неравенства $ax-1 \geq 0$ входит в луч $[2;+\infty)$?

7) (5 баллов) Внутри треугольника АВС, площадь которого равна S, выбрана произвольная точка и через неё проведены три прямые, соответственно параллельные сторонам треугольника. При этом образовалось ещё три треугольника, площади которых равны S_1, S_2, S_3. Докажите, что $\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}=\sqrt{S}$.