

## VIII Открытый математический турнир обучающихся 5-6 классов

04.04.2015. Устная командная олимпиада

Задача № 1.

Пароход от Ульяновска до Волгограда идет трое суток, а от Волгограда до Ульяновска – четверо суток (без остановок). Сколько времени будет плыть плот от Ульяновска до Волгограда?

---

Задача № 2.

Вася и Митя играют в «морской бой» на поле размером 8x8 по следующим правилам. Митя расставляет 16 одноклеточных кораблей так, чтобы они не соприкасались (даже углами). Каждым ходом Вася называет одну из клеток поля и, если на этой клетке стоит корабль, то корабль считается уничтоженным. Докажите, что независимо от расстановки кораблей Вася за 4 хода сможет уничтожить хотя бы один корабль.

---

Задача № 3.

Нарисуйте замкнутую ломаную линию из шести звеньев, пересекающую каждое свое звено ровно 1 раз. Существует ли такая ломаная из 7 звеньев?

---

Задача № 4.

В парламенте некой страны две палаты с равным числом депутатов. В голосовании по важному вопросу приняли участие все депутаты. По окончании голосования председатель парламента заявил, что предложение принято большинством с преимуществом в 23 голоса. После чего лидер оппозиции заявил, что результаты фальсифицированы. Как он догадался, если при голосовании не было воздержавшихся.

---

Задача № 5.

Вычислите:  $\frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 14} + \dots + \frac{1}{18 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 20}$

---

Задача № 6.

Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?

## VIII Открытый математический турнир обучающихся 5-6 классов

04.04.2015. Устная командная олимпиада

Задача № 1.

Пароход от Ульяновска до Волгограда идет трое суток, а от Волгограда до Ульяновска – четверо суток (без остановок). Сколько времени будет плыть плот от Ульяновска до Волгограда?

*Решение:*  $1/3$  пути проходит пароход по течению за 1 сутки.  $1/4$  пути проходит теплоход против течения за 1 сутки. Тогда  $1/3 - 1/4 = 1/12$  – двойная скорость течения.  $1/12 : 2 = 1/24$  скорость течения. Тогда плоты проплывут от Ульяновска до Волгограда за 24 суток.

Задача № 2.

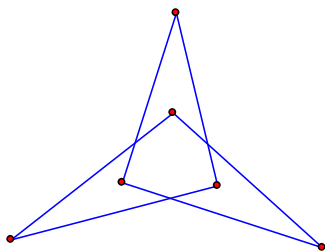
Вася и Митя играют в «морской бой» на поле размером  $8 \times 8$  по следующим правилам. Митя расставляет 16 одноклеточных кораблей так, чтобы они не соприкасались (даже углами). Каждым ходом Вася называет одну из клеток поля и, если на этой клетке стоит корабль, то корабль считается уничтоженным. Докажите, что независимо от расстановки кораблей Вася за 4 хода сможет уничтожить хотя бы один корабль.

*Решение:*

Разрежем поле для игры на 16 квадратов размером  $2 \times 2$ . Заметим, что в каждом таком квадрате не может стоять более одного корабля (иначе корабли будут соприкасаться). Так как всего кораблей 16, то в каждом квадрате должен стоять корабль. Таким образом, Васе достаточно «расстрелять» один из этих квадратов.

Задача № 3.

Нарисуйте замкнутую ломаную линию из шести звеньев, пересекающую каждое свое звено ровно 1 раз. Существует ли такая ломаная из 7 звеньев?



*Решение:* Для 6 звеньев:

Из 7 звеньев такая ломаная не существует, так как число звеньев такой ломаной должен быть в 2 раза больше числа точек их пересечения., т.е. число звеньев ломаной, которая пересекает каждое звено 1 раз, четно

Задача № 4.

В парламенте некой страны две палаты с равным числом депутатов. В голосовании по важному вопросу приняли участие все депутаты. По окончании голосования председатель парламента заявил, что предложение принято большинством с преимуществом в 23 голоса. После чего лидер оппозиции заявил, что результаты фальсифицированы. Как он догадался, если при голосовании не было воздержавшихся.

*Решение:* Если против голосовало  $n$  депутатов, за голосовало  $n+23$  депутата, то общее число депутатов  $n + n+23$  - нечетное, а из условия следует, что число депутатов в двух палатах четное.

Задача № 5.

Вычислите:  $\frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 14} + \dots + \frac{1}{18 \cdot 19} + \frac{1}{19 \cdot 20}$

Решение:

$\frac{1}{10 \cdot 11} = \frac{1}{10} - \frac{1}{11}$ ;  $\frac{1}{11 \cdot 12} = \frac{1}{11} - \frac{1}{12}$ ;  $\frac{1}{12 \cdot 13} = \frac{1}{12} - \frac{1}{13}$  и т.д. При сложении уничтожаем все слагаемые, кроме  $1/10$  и  $1/20$ . Ответ:  $1/20$ .

Задача № 6.

Кассир продал все билеты в первый ряд кинотеатра, причем по ошибке на одно из мест было продано два билета. Сумма номеров мест на всех этих билетах равна 857. На какое место продано два билета?

Ответ: на тридцать седьмое место.

Сколько мест могло быть в первом ряду. Во-первых, их не больше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 41 равна 861. Во-вторых, их не меньше 40, так как сумма натуральных чисел от 1 до 39 равна 780, и даже после прибавления к ней 39, результат будет меньше 857. Значит в первом ряду ровно 40 мест. Теперь несложно определить, на какое место был продан лишний билет:  $1 + \dots + 40 = 820$ ;  $857 - 820 = 37$ .

